

درباره‌ی درس «مقدمه‌ای بر نظریه تحلیلی اعداد»

مهدی حسنی

هیأت علمی گروه ریاضی دانشگاه زنجان

۸ بهمن ۱۳۹۲

۱ درباره‌ی نظریه تحلیلی اعداد

نظریه تحلیلی اعداد^۱ شاخه‌ای عمیق، مهم و جالب از ریاضیات است که با ابزار تحلیلی به مطالعه خواص اعداد و توابع مربوط به اعداد می‌پردازد. جدیت و عمق آن به دلیل استفاده از لایه‌های مختلف ریاضیات، شامل جبر، هندسه و هندسه جبری و در راس همه‌ی اینها لایه‌های عمیقی از آنالیز حقیقی، مختلط، فوریه و هارمونیک است. در اهمیت و جذابیت آن همین بس که اغلب ریاضیدانهای نامی و اثرگذار ریاضیات، علاوه بر آنهایی که به طور اخص در این حوزه کار کرده‌اند، سعی کرده‌اند در این وادی گامی برداشته و اثری از خود برجا گذارند. مثال بارز این علاقه‌مندی، در تلاشی است که بزرگان ریاضی در اثبات حدس معروف ریمان و مباحث پیرامون آن داشته‌اند^۲. درباره‌ی این شاخه از ریاضیات اخیراً مقاله‌ای توصیفی با عنوان «نظریه‌ی تحلیلی اعداد» در خبرنامه انجمن ریاضی^۳ منتشر شده است. برای دیدن اهمیت این شاخه می‌توانید این مقاله را مطالعه کنید.

۲ درباره‌ی نخستین درس در نظریه تحلیلی اعداد

به اعتقادم در اولین درسی که یک دانشجوی این شاخه تلمذ می‌کند، درک اهمیت شاخه نسبت به درک عمقش در اولویت قرار دارد. بهتر است ورود به لایه‌های عمیق را در طول زمانی طولانی‌تر از

^۱ Analytic Number Theory

^۲ این امر حتی در برخی از آثار سینمایی ریاضی نمود دارد. مثلاً در سکانسی از فیلم یک ذهن زیبا، که درباره‌ی زندگی جان نش ساخته شده است، وی را در حال ارائه‌ی سخنرانی درباره‌ی توزیع اعداد اول و حدس ریمان نمایش می‌دهد.
^۳ آدرس کامل مقاله:

مهدی حسنی، نظریه‌ی تحلیلی اعداد، خبرنامه انجمن ریاضی ایران، سال ۳۵، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۲، شماره پیاپی ۱۳۷، صفحات ۴-۱

یک ترم و به تدریج انجام داد. به نظر می‌رسد که فهرست سرفصلهای کتاب ایوانیک و کوالسکی [۴] را می‌توان به عنوان سرفصل مطالب مهم و اساسی به شمار آورد^۴. حال که لیست در اختیار است، نوبت به گزینش مطالب می‌رسد. چنین گزینشی کاملاً شخصی و سلیقه‌ای است، اما هر چه باشد باید شامل مباحثی از توزیع اعداد اول، علی‌الخصوص قضیه‌ی اعداد اول^۵، که به اختصار با PNT نشان خواهیم داد، باشد. در واقع یکی از اهداف اصلی این درس رسیدن به اثباتی از PNT است، و یکی از اهداف رفتاری درس اینست که دانشجو بتواند اثباتی تحلیلی از این قضیه را با تمام جزئیات ارائه دهد. بر این اساس فهرست مطالب این درس به صورت زیر خواهد بود. منابع محوری و اصلی کارمان کتابهای [۷] و [۹] می‌باشند.

۳ فهرست مطالب درس

فصل ۱. مقدماتی از آنالیز	منبع اصلی [۷]
فصل ۲. اعداد اول	منبع اصلی [۷]
فصل ۳. توابع حسابی	منبع اصلی [۷]
فصل ۴. مرتبه‌ی متوسط توابع حسابی	منبع اصلی [۷]
فصل ۵. قضیه‌ی اعداد اول	منبع اصلی [۹]

مراجع

[۱] تام م. آپوستل، *نظریه تحلیلی اعداد (۱)*، مترجمان: علی اکبر عالم زاده و علی اکبر رحیم زاده، نشر منصورى.

[2] H. Davenport, *Multiplicative Number Theory (third edition)*, Springer, 2000.

[3] J.-M. De Koninck, F. Luca, *Analytic Number Theory: Exploring the Anatomy of Integers*, American Mathematical Society, 2012.

[4] H. Iwaniec and E. Kowalski, *Analytic Number Theory*, American Mathematical Society, 2004. 2

^۴ کتاب مذکور بسیار جدی و عمیق بوده و توسط دو تن از قویترین نظریه اعداد کاران نوشته شده است. لذا به عنوان مرجعی سطح بالا قابل استفاده است.

^۵ Prime Number Theorem

- [5] H. L. Montgomery and R.C. Vaughan, *Multiplicative Number Theory (I. Classical Theory)*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics **97**, Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
- [6] H. N. Shapiro, *Introduction to the Theory of Numbers*, Dover Publication Inc., Mineola, New York, 2008.
- [7] G. Tenenbaum, *Introduction to analytic and probabilistic number theory*, Cambridge Studies in Advanced Mathematics **46**, Cambridge University Press, Cambridge, 1995. [2](#)
- [8] E. C. Titchmarsh, *The Theory of Functions*, Oxford Science Publications, 1997.
- [9] K. Chandrasekharan, *Introduction to Analytic Number Theory*, Springer-Verlag, 1968. [2](#)